Problema 1

Determina la carga de una pequeña esfera cargada de 1,5 mg que se encuentra en equilibrio en un campo eléctrico uniforme de 2 000 N /C dirigido verticalmente hacia abajo.

Solución:

El peso de la esfera es:

$$P = m \cdot g = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}8 = 1{,}47 \cdot 10^{-5}\, N$$

La fuerza eléctrica ejercida por el campo equilibra el peso de la esfera; por tanto, la fuerza eléctrica será vertical hacia arriba y de módulo igual al peso:

$$\vec{P} = -q \cdot \vec{E}$$

Al estar la fuerza dirigida hacia arriba y la intensidad del campo eléctrica hacia abajo, la carga de la esfera es negativa:

$$q = -\frac{P}{E} = -\frac{1{,}47 \cdot 10^{-5}}{2000} = -0{,}74 \cdot 10^{-8} C = -7{,}4 \cdot 10^{-9} C = -7{,}4\, nC$$

Problema 2

Dos cargas eléctricas puntuales de 0,5 μC y 0,2 μC se encuentran separadas en el vacío por una distancia de 30 centímetros. Halla en qué punto de la recta que las une la intensidad del campo eléctrico resultante es nula.

Solución:

E_1 E_2

0,5 μ C ●——←—●—→——● 0,2 μC

x 0,3 - x

Sea x la distancia entre la carga de 0,5 μC y el punto buscado y 0,3 - x, la distancia entre la carga de 0,2 μC y ese punto. Los campos creados por cada carga tienen la misma dirección pero sentidos opuestos; el campo resultante será nulo si el valor numérico de la intensidad de cada campo es el mismo:

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}}{x^2}$$

$$E_2 = K \cdot \frac{q_3}{r'^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}3 - x)^2}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}}{x^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}3 - x)^2} \Rightarrow x = 0{,}18$$

El punto buscado dista 18 cm de la carga de 0,5 μC y 12 cm de la carga de 0,2 μC.

Problema 3

Una carga eléctrica puntual de - 6 nC está situada en el punto (3, 0) del plano cartesiano. Una segunda carga puntual de + 8 nC se encuentra en el punto (0, -6). Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas.

b) La fuerza eléctrica sobre una carga de 5 nC situada en el punto (0,0).

Las cargas se encuentran situadas en el vacío Las distancias están expresadas en centímetros.

Solución:

a) La distancia al origen de la primera carga es:

$$d_1 = 0{,}03\, m = 3 \cdot 10^{-2} m$$

El valor numérico de la intensidad del campo eléctrico en el origen debido a esta carga es:

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 60\ 000\ N/C$$

(0,0) ●——→——● (3,0)

Como la carga situada en el punto (3,0) es negativa, la intensidad del campo en el origen debida a ella está dirigida a lo largo del eje X hacia la carga. Por tanto, la intensidad del campo eléctrico vale:

$$\vec{E}_1 = 60000\ \vec{i}\ (N/C)$$

La distancia al origen de la segunda carga es:

$$d_2 = 6\ cm = 0{,}06\ m = 6 \cdot 10^{-2}\, m$$

El valor numérico de la intensidad del campo eléctrico en el origen debido a esta carga es:

$$E_2 = K \cdot \frac{q_2}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-9}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 20\,000\ N/C$$

Como la carga situada en el punto (0,- 6) es positiva, la intensidad del campo en el origen debida a ella está dirigida a lo largo del eje Y hacia el sentido positivo del eje. Por tanto, la intensidad del campo eléctrico vale:

$$\vec{E}_2 = 20\,000\ \vec{j}\ (N/C)$$

La intensidad del campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas es:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 60\,000\ \vec{i} + 20\,000\ \vec{j} = (6\ \vec{i} + 2\ \vec{j}) \cdot 10^4\ N/C$$

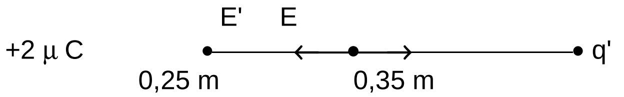
b) La fuerza sobre una carga de 5 nC situada en el origen es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = 5 \cdot 10^{-9} \cdot (6\ \vec{i} + 2\ \vec{j}) \cdot 10^4 = (3\ \vec{i} + \vec{j}) \cdot 10^{-4}\ N$$

Problema 4

Dos cargas eléctricas positivas, *q* y *q'*, se encuentran en el vacío separadas por una distancia de 60 centímetros. Entre ambas cargas hay un punto situado a 25 cm de la carga q donde el campo eléctrico es nulo. Sabiendo que *q* = + 2 μC, calcula cuánto valdrá la carga *q'*.

Solución:



El campo eléctrico creado por la carga *q* en el punto considerado tiene la dirección de la recta que une ambas cargas y sentido hacia la carga *q*'. El módulo de este campo es:

$$E = K \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0{,}25^2} = 2{,}88 \cdot 10^5\ N/C$$

Si el campo es nulo en el punto considerado, la suma de los campos debidos a ambas cargas se anulan entre sí. El campo eléctrico *E*' debido a la carga *q*' tiene la misma dirección que el campo eléctrico debido a la carga *q* y el mismo módulo, pero sentido opuesto. Por tanto, su módulo es:

$$E' = K \frac{q'}{r'^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q'}{(0{,}60 - 0{,}25)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q'}{0{,}35^2} = 2{,}88 \cdot 10^5$$

De donde:

$$q' = 3{,}9 \cdot 10^{-6} C = 3{,}9\ \mu C$$

Problema 5

Tres cargas de 2 μC, 6 μC y 8 μC están en el vacío situadas respectivamente en los puntos (0, 30), (0, 0) y (30, 0) de un sistema cartesiano de coordenadas. Halla la intensidad del campo eléctrico en el cuarto vértice P (30, 30) del cuadrado en cuyos vértices están situadas las cargas las cargas. Las longitudes están expresadas en centímetros.

Solución:

La carga de 2 μC dista 30 cm del punto P. El campo generado por ella es paralelo al eje X y tiene sentido hacia la derecha. Su módulo es:

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0{,}3^2} = 2 \cdot 10^5\ N/C$$

El vector intensidad del campo eléctrico debido a la carga de 2 μC es:

$$\vec{E}_2 = 2 \cdot 10^5 \vec{i}$$

La carga de 6 μC está a una distancia del punto P igual a 0,3√2 = 0,42 m. El campo generado por ella tiene la dirección de la bisectriz del primer cuadrante y sentido alejándose del origen. Su módulo es:

$$E_6 = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6}}{(0{,}3 \cdot \sqrt{2})^2} = 3 \cdot 10^5\ N/C$$

Sus componentes cartesianas son:

$$E_{6x} = E_6 \cos 45^{\circ} = 2{,}1 \cdot 10^5 \qquad E_{6y} = E_6 sen 45^{\circ} = 2{,}1 \cdot 10^5$$

Por tanto, el vector intensidad del campo eléctrico debido a la carga de 6 μC es:

$$\vec{E}_6 = 2{,}1\cdot 10^5\,\vec{i} + 2{,}1\cdot 10^5\,\vec{j}$$

La carga de 8 μC dista 30 cm del punto P. El campo generado por ella es paralelo al eje Y con sentido hacia arriba en el plano. Su módulo es:

$$E_8 = 9\cdot 10^9\,\frac{8\cdot 10^{-6}}{0{,}3^2} = 8\cdot 10^5\,N/C$$

Por tanto, el vector intensidad del campo eléctrico debido a la carga de 8 μC es:

$$\vec{E}_8 = 8\cdot 10^5\,\vec{j}$$

El vector en el vértice P es:

$$\overline{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_6 + \vec{E}_8 = (4{,}1\vec{i} + 10{,}1\vec{j})\cdot 10^5\,N/C$$

$$E = (\sqrt{2{,}1^2 + 10{,}1^2})\cdot 10^5 = 10{,}3\cdot 10^5\,N/C$$

Problema 6

Dos campos eléctricos de la misma intensidad, que tienen direcciones perpendiculares, se superponen en un punto. Calcula la intensidad del campo eléctrico resultante.

Solución:

Si E es la intensidad eléctrica de cada uno de los campos, suponiendo que uno tienen la dirección del eje X y otro la dirección del eje Y, sus componentes serían:

$E_1(E,0) \quad E_2(0,E)$

Las componentes del campo resultante son: (E, E). Por tanto, la intensidad del campo resultante es:

$$E' = \sqrt{E^2 + E^2} = E\sqrt{2}$$

Problema 7

Tres cargas de + 3 μC, – 2 μC y + 1 μC se encuentran en el vacío situadas respectivamente en los puntos A (-3 ,0), O (0, 0) y B (3, 0). Halla el potencial eléctrico en el punto P (0, 4).
Las longitudes están expresadas en metros.

Solución:

Las distancias de los puntos A, O y B hasta el punto P son respectivamente:

$$r_A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,m \quad r_O = 4\,m \quad r_B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m$$

Los potenciales eléctricos de los puntos A, O y B son:

$$V_A = K\frac{q}{r_A} = 9\cdot 10^9\,\frac{3\cdot 10^{-6}}{5} = +5\ 400\ V$$

$$V_O = K\frac{q}{r_O} = 9\cdot 10^9\,\frac{-2\cdot 10^{-6}}{4} = -4\ 500\,V$$

$$V_B = K\frac{q}{r_B} = 9\cdot 10^9\,\frac{1\cdot 10^{-6}}{5} = +1\,800\ V$$

El potencial total en P es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

$$V = V_A + V_O + V_B = 5\ 400 - 4\ 500 + 1\,800 = 2\ 700\,V$$

Problema 8

Un campo eléctrico está creado por una carga de -2 μC situada en el origen de coordenadas. Calcula el trabajo que realizan las fuerzas del campo para desplazar una carga de -7 μC desde el punto A (2, 0) hasta el punto B (6, 0) e interpreta el signo del resultado obtenido.
Las longitudes están expresadas en decímetros.

Solución:

Los potenciales eléctricos de los puntos A y B son:

$$V_A = K\frac{q}{r_A} = 9\cdot 10^9\,\frac{-2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^{-1}} = -9\cdot 10^4\,V$$

$$V_B = K\frac{q}{r_B} = 9\cdot 10^9 \frac{-2\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-1}} = -3\cdot 10^4 V$$

El trabajo realizado por las fuerzas del campo es:

$$T_{A\to B} = (V_A - V_B)\cdot q' = \left[-9\cdot 10^4 - (-3\cdot 10^4)\right]\cdot(-7\cdot 10^{-6}) = +0{,}42\,J$$

El signo positivo indica que una carga negativa se movería espontáneamente desde A hasta B por la acción de las fuerzas del campo.

Problema 9

Halla el potencial eléctrico en el centro de cuadrado de 20 centímetros de lado que tiene cargas de -0,2 μC en cada uno de sus vértices.

Solución:

Las distancias desde cada vértice al centro del cuadrado son:

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}2^2 + 0{,}2^2} = 0{,}14\,m$$

El potencial eléctrico en el centro debido a la carga de cada vértice es:

$$V = K\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{-2\cdot 10^{-7}}{0{,}14} = -1{,}3\cdot 10^4\,V$$

El potencial total en el centro del cuadrado es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_C = 4V = 4\cdot(-1{,}3\cdot 10^4) = -5{,}2\cdot 10^4\,V$$

Problema 10

Una carga de + 3 μC se encuentra en el vacío separada por una distancia de 90 centímetros de otra carga de + 6 μC. Halla:

a) La fuerza que actúa sobre la carga de + 6 μC.
b) La energía potencial electrostática de esta carga.
c) El trabajo necesario para alejar la carga de + 6 μC y situarla a una distancia de 120 centímetros de la carga de + 3 μC.

Solución:

a) De acuerdo con la ley de Coulomb la fuerza que actúa sobre la carga de + 6 μC es:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 6\cdot 10^{-6}}{0{,}90^2} = 0{,}2\,N$$

b) El potencial a 90 centímetros de la carga de + 3 μC es:

$$V = K\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}9} = 3\cdot 10^4 V$$

La energía potencial de la carga de + 6 μC es:

$$E_P = V\cdot q' = 3\cdot 10^4\cdot 6\cdot 10^{-6} = 0{,}18\,J$$

c) El potencial a 120 centímetros de la carga de + 3 μC es:

$$V' = K\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}}{1{,}2} = 2{,}25\cdot 10^4 V$$

El trabajo realizado por las fuerzas del campo para llevar una carga desde la primera posición hasta la segunda es:

$$T = (V - V')\cdot q' = (3\cdot 10^4 - 2{,}25\cdot 10^4)\cdot 6\cdot 10^{-6} = +0{,}045\,J$$

El signo positivo indica que el trabajo ha sido realizado por las fuerzas del campo: la carga de + 6 μC se aleja espontáneamente de la carga de + 3 μC.

Problema 11

Una carga de + 3 μC se encuentra en el vacío separada por una distancia de 90 centímetros de otra carga de + 6 μC. Halla:

d) La fuerza que actúa sobre la carga de + 6 μC.
e) La energía potencial electrostática de esta carga.

f) El trabajo necesario para alejar la carga de + 6 μC y situarla a una distancia de 120 centímetros de la carga de + 3 μC.

Solución:

a) De acuerdo con la ley de Coulomb la fuerza que actúa sobre la carga de + 6 μC es:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 6\cdot 10^{-6}}{0{,}90^2} = 0{,}2\,N$$

b) El potencial a 90 centímetros de la carga de + 3 μC es:

$$V = K\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}9} = 3\cdot 10^4 V$$

La energía potencial de la carga de + 6 μC es:

$$E_P = V\cdot q' = 3\cdot 10^4\cdot 6\cdot 10^{-6} = 0{,}18\,J$$

c) El potencial a 120 centímetros de la carga de + 3 μC es:

$$V' = K\frac{q}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{3\cdot 10^{-6}}{1{,}2} = 2{,}25\cdot 10^4 V$$

El trabajo realizado por las fuerzas del campo para llevar una carga desde la primera posición hasta la segunda es:

$$T = (V - V')\cdot q' = (3\cdot 10^4 - 2{,}25\cdot 10^4)\cdot 6\cdot 10^{-6} = +0{,}045\,J$$

El signo positivo indica que el trabajo ha sido realizado por las fuerzas del campo: la carga de + 6 μC se aleja espontáneamente de la carga de + 3 μC.

Problema 12

Un campo eléctrico está generado e el vacío por dos cargas: una de +5 nC situada en el punto (0, 0) y otra de -5 nC en el punto (3, 0). Determina:

a) El potencial eléctrico en el punto A (2, 0).

b) El potencial en el punto B (0, 4).

c) El trabajo necesario para llevar una carga de +3 nC desde el punto A hasta el punto B.

Las distancias están expresadas en milímetros.

Solución:

a) Las distancias desde el punto A hasta las cargas son respectivamente:

$$\mathrm{r_{A+}} = 2\mathrm{mm} \quad \mathrm{r_{A-}} = 1\mathrm{mm}$$

Los potenciales eléctricos en el punto A debido a cada carga son:

$$V_{A+} = K\frac{q_+}{r_{A+}} = 9\cdot 10^9 \frac{5\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-3}} = +22\,500\,V$$

$$V_{A-} = K\frac{q_-}{r_{A-}} = 9\cdot 10^9 \frac{-5\cdot 10^{-9}}{1\cdot 10^{-3}} = -45\,000\ V$$

El potencial resultante en A es:

$$V_A = V_{A+} + V_{A-} = 22\,500 - 45\,000 = -22500\,V$$

b) Las distancias desde el punto B hasta las cargas son respectivamente:

$$r_{b+} = 4\,mm \quad r_{B-} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ mm$$

Los potenciales eléctricos en el punto B debido a cada carga son:

$$V_{B+} = K\frac{q_+}{r_{B+}} = 9\cdot 10^9 \frac{5\cdot 10^{-9}}{4\cdot 10^{-3}} = +11\,250\,V$$

$$V_{B-} = K\frac{q_-}{r_{B-}} = 9\cdot 10^9 \frac{-5\cdot 10^{-9}}{5\cdot 10^{-3}} = -9\,000\,V$$

El potencial resultante en B es:

$$V_B = V_{B+} + V_{B-} = 11\,250 - 9\,000 = 2\,250\ V$$

c) El trabajo realizado por las fuerzas del campo para llevar una carga desde A hasta B es:

$T_{A \to B} = (V_A - V_B) \cdot q' = (-22\ 500 - 2\ 250) \cdot 3 \cdot 10^{-9} = -7{,}4 \cdot 10^{-5}\ J$

El signo negativo indica que es necesario realizar el trabajo por un agente externo contra las fuerzas del campo para llevar la carga de + 3 nC desde A hasta B.